

models of resolution of conflict / Reports of Enlarged Session of the Seminar of I.Vekua Institute of Applied Mathematics. – 2019. – V. 33. – P. 1-4.

6. *Temur Chilachava, George Pochkhua*. Mathematical and Computer Models of Settlements of Political Conflicts and Problems of Optimization of Resources//International Journal of Modeling and Optimization. – 2020. – Volume 10. Number 4. – P. 132-138.

Галяев А.А., Самохин А.С., Самохина М.А.

Оптимизация расстановки обнаружителей градиентным методом

Аннотация: В работе рассмотрена задача оптимизации расстановки неподвижных обнаружителей на плоскости для противодействия скрытному движению уклоняющегося объекта, перемещающегося из точки в точку. Приводится методика решения и результаты численного моделирования для случая 3 обнаружителей.

Ключевые слова: расстановка обнаружителей, конфликтная среда, оптимизация, численное моделирование, максимин

Введение. Современные системы охраны являются сложными комплексами, которые могут включать в себя подвижные детекторы и неподвижные обнаружители, и служат для предотвращения несанкционированного доступа к охраняемому объекту. В работе рассматривается конфликтная среда [1], представленная обнаружителями и уклоняющимся объектом (УО), перемещающимся с возможно переменной скоростью между двумя заданными точками. Предполагается, что местоположение обнаружителей, формирующих карту угроз [2], подвижному объекту известно. Выбор маршрута УО и параметров движения осуществляется таким образом, чтобы минимизировать негативное воздействие конфликтной среды, а именно повысить скрытность.

Рассматриваемая задача заключается в оптимизации расстановки в охраняемой плоской области неподвижных обнаружителей таким образом, чтобы уменьшить скрытность УО. Несмотря на актуальность темы, в опубликованных работах по

задаче построения карты оптимального расположения нескольких обнаружителей изучался только случай, когда наблюдатели обладают некоторым конусом обзора, в котором они фиксируют объект. В настоящей работе исследуется задача расположения сенсоров с равномерно распространяющимися бесконечными полями обнаружения.

Предполагается, что отношение сигнал/помеха на входах приемных систем обнаружителей мало в течение всего времени движения объекта по маршруту, поэтому уклоняющимся объектом минимизируется интегральный функционал, называемый риском [3].

Постановка задачи. Рассматривается задача расстановки некоторого заранее определенного количества N неподвижных обнаружителей – точек L_i на плоскости. По данной плоскости из фиксированной точки старта S в фиксированную точку финиша F за фиксированное время $T < \infty$ должен переместиться УО – материальная точка M , управление которой осуществляется величиной и направлением вектора скорости v . Точки L_i разрешается размещать в некотором компактном прямоугольнике Π , расположенном между точками S и F , равноудалённом от них и симметричном относительно отрезка SF .

Материальная точка управляется так, чтобы минимизировать функционал: $I = \int_0^T \left(\sum_{i=1}^N q_i \frac{v^2}{r_i^2} \right) dt$, зависящий от величины вектора скорости точки v , расстояний до каждого из обнаружителей r_i и весовых коэффициентов влияния q_i обнаружителей L_i . Нужно расположить точки L_i так, чтобы максимизировать глобальный минимум функционала I при всех возможных наборах фиксированных расположений точек L_i .

Метод решения. Для каждого возможного расположения обнаружителей решается вспомогательная задача о нахождении оптимальных путей [4] и запоминается J – лучшее значение функционала I , которого может добиться УО по всем путям для текущего расположения обнаружителей.

При решении задачи система координат вводится таким образом, чтобы уклоняющийся объект перемещается из точки $(0, 0)$ в точку с координатами $(0, 1)$. Вспомогательная задача исследовалась с использованием принципа максимума Л.С.

Понтрягина. На основе анализа системы необходимых условий оптимальности её решение сводилось к решению краевой задачи. Краевые задачи решались численно разработанным авторами программным комплексом на языке С и использованием для решения задач Коши явного метода Рунге-Кутты 8-го порядка с автоматическим выбором шага.

Для решения задачи расстановки обнаружителей в области возможного их расположения вводится прямоугольная равномерная сетка, из узлов которой стартует градиентный метод. На каждом шаге в случае ухода обнаружителя из допустимого прямоугольника Π , его координаты проецируются на границу Π . Отдельно рассматривался случай расположения обнаружителей вдоль границы прямоугольника.

Результаты. Задача расстановки обнаружителей решалась для $N = 1, 2, 3$ с ограничением v_{max} на максимальную скорость v . В результате численного моделирования построены карты оптимального расположения обнаружителей, выписаны лучшие по функционалу решения, проведены параметрические исследования. В качестве примера далее приводятся результаты для случая $N = 3$, $q_1 = q_2 = q_3 = 1, v_{max} = 2, T = 1$.

В результате численного моделирования получилось, что оптимальным оказывается расположение всех трёх обнаружителей рядом с точкой старта УО на нижней стороне рассматриваемого прямоугольника или симметричное расположение на верхней стороне рядом с точкой финиша. При этом один из обнаружителей находится непосредственно на отрезке SF , соединяющем точки старта и финиша, а другие два симметричны относительно этого отрезка. Далее будем рассматривать случай расположения обнаружителей на нижней стороне Π , имеющей координату y .

Данные результаты позволяют параметризовать задачу одной величиной – координатой x того обнаружителя, который в общем случае не лежит на отрезке SF . В такой постановке каждому рассматриваемому прямоугольнику Π соответствует одна или две локально-оптимальных конфигураций размещения обнаружителей на его нижней стороне.

При уменьшении расстояния от точки старта до Π самой выгодной является конфигурация I, при которой все три обнаружителя расположены в одной и той же точке Π , являющейся

ближайшей к точке старта. При увеличении расстояния от точки старта до П самой выгодной является конфигурация II, при которой обнаружители расположены в различных точках. Постепенно при дальнейшем увеличении y конфигурация I перестаёт быть локально оптимальной.

При $y = 0,05$ конфигурации I расположения обнаружителей при этом соответствует значение функционала $J = 4455,9288$, а конфигурации II – значение в 1,538 раза хуже.

На рисунке 1 приведена зависимость функционала $J(x)$ от расположения одного из обнаружителей. Для $y = 0,1$ лучшей является конфигурация I с $J = 1121,0756$, всего две локально-оптимальные конфигурации, для конфигурации II в данном случае значение функционала получается в 1,124 раза хуже. Для $y = 0,15$ лучшей является конфигурация II, всего две локально-оптимальные конфигурации. На конфигурации I при этом достигается значение функционала $J = 316,6307$, а для конфигурации II в данном случае значение в 1,410 раз лучше. Для $y = 0,2$ и $y = 0,5$ лучшей является конфигурация II, остаётся только одна локально-оптимальная конфигурация. Отметим, что при $y = 0,5$ прямоугольник II вырождается в отрезок.

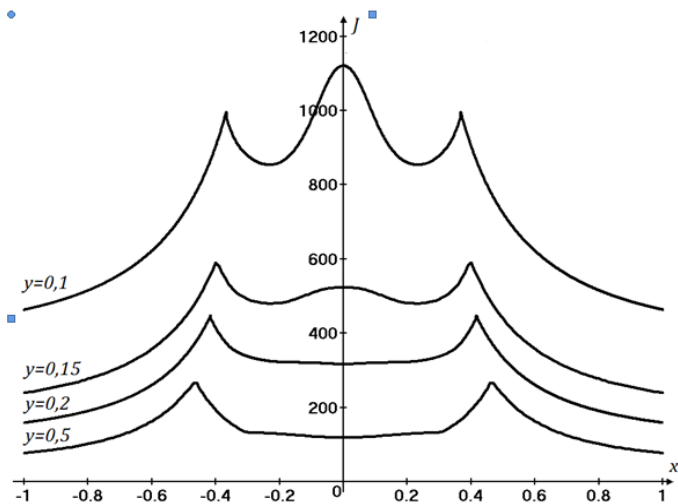


Рисунок 1 – Зависимость функционала $J(x)$ от расположения одного из обнаружителей для $y=0,1,0,15,0,2,0,5$

Заключение. В работе рассмотрена задача оптимизации расстановки обнаружителей с равномерно распространяющимися бесконечными круговыми полями обнаружения в конфликтной среде для противодействия уклоняющемуся объекту. В качестве результатов для случая трёх обнаружителей описано их лучшее расположение в различных прямоугольных компактах возможного размещения. Приводится сравнение со следующими по функционалу решениями.

Карта расположения обнаружителей строилась численно, соответствующий программный комплекс на языке С был разработан авторами. Для решения исходной задачи также решалась вспомогательная задача планирования маршрута УО в конфликтной среде на плоскости на основе принципа максимума Л.С. Понтрягина.

Работа выполнена при поддержке программы президиума РАН №7

Литература:

1. *Абрамянц Т.Г., Галяев А.А., Маслов Е.П., Рудько И.М., Яхно В.П.* Уклонение подвижного объекта в конфликтной среде от обнаружения системой разнородных наблюдателей//Управление подвижными объектами и навигация. – 2015. – № 2. – С. 31-37.
 2. *Dogan A., Zengin U.* Unmanned Aerial Vehicle Dynamic-Target Pursuit by Using Probabilistic Threat Exposure Map//Journal of Guidance, Control and Dynamics. – 2006. – V. 29. № 4. – P. 723-732.
 3. *Сысоев Л.П.* Критерий вероятности обнаружения на траектории в задаче управления движением объекта в конфликтной среде//Проблемы управления. – 2010. – № 6. – С. 65-72.
 4. *Самохина М.А., Самохин А.С., Галяев А.А.* Численное решение задачи построения карты локально-оптимальных путей преодоления зоны сенсоров с равномерными полями в плоском случае / Сборник «Математика. Компьютер. Образование. XXVII международная конференция». – Ижевск, Москва: R&G Dynamics, 2020. – Том 27. – С. 177.
-